Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Jan Myrheim
Telefon: 93653

Eksamen i fag MNFFY250 Astrofysikk
Tirsdag 3. juni 2003
Tid: 09.00–15.00

Sensurfrist: Tirsdag 24. juni 2003

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, matematiske tabeller.

En tabell over fysiske konstanter finnes sist i dette oppgavesettet.
Alle deloppgaver teller likt ved sensuren.

Oppgave 1:

a) Hva er et Hertzsprung–Russell-diagram (HR-diagram)?
Skisser i en figur hvor i HR-diagrammet du finner hovedserien (engelsk: the main sequence), kjempestjerner, superkjemper og hvite dvergstjerner.
Hva med nøytronstjerner?

b) Hva har alle hovedseriestjerner felles?
Hva er det som skiller dem, slik at hovedserien blir et smalt bånd i HR-diagrammet, og ikke bare et punkt?

c) Hvor på hovedserien i HR-diagrammet finnes de stjernene som har lengst levetid, og de som har kortest levetid?
Forklar kort hvordan dette kan brukes til å finne alderen til en stjernehop.

Oppgave 2:

a) Beskriv kort egenskapene til de tre lagene som solatmosfæren består av: fotosfæren, kromosfæren og koronaen.

b) Hva er solflekker, og hva er solvind?
Der det er solflekker, er det også sterke magnetfelt.
Hvordan kan en måle magnetfelt på Sola?

c) Lyset fra fotosfæren (i solatmosfæren) har et kontinuerlig spektrum, med absorpsjonslinjer, mens lyset fra kromosfæren består av emisjonslinjer.
Hva forteller dette om tettheten og temperaturen til gassen i kromosfæren, sammenlignet med fotosfæren?
Forteller det noe om temperaturvariasjoner i fotosfæren?

d) Energien som Sola stråler ut, frigjøres ved en serie av kjernefysiske reaksjoner som kalles proton–proton-kjeden.
Hvilke partikler er sluttprodukter av proton–proton-kjeden, og hvilke partikler går inn i reaksjonene? Du behøver ikke beskrive alle reaksjonene i detalj, det spørres bare etter hvilke partikler som går inn og hvilke som kommer ut, når en ser hele reaksjonskjeden under ett.

e) Hvorfor er proton–proton-kjeden avhengig av at temperaturen er høy?
Kjernereaksjonene skjer bare i sentrum av Sola, fordi det er bare der temperaturen er høy nok. Hvorfor er temperaturen høyest i sentrum?

f) Hvorfor er mange grunnstoffer, som f.eks. gull, svært sjeldne sammenlignet med andre, som f.eks. oksygen?

Oppgave 3:

a) Keplers tredje lov sier at

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)} ,$$

for to masser m_1 og m_2 som er bundet av den gjensidige gravitasjonskraften, slik at den ene beveger seg i en ellipsebane relativt til den andre. a er store halvakse for ellipsen (middelverdien av største og minste avstand mellom de to massene), mens P er omløpsperioden, og G er gravitasjonskonstanten.
Utled Keplers tredje lov i det spesialtilfellet at den ene massen er mye større enn den andre, f.eks. $m_1 >> m_2$, og at ellipsen er en sirkel.

b) Hva er den minste mulige perioden som en planet i vårt solsystem kunne ha hatt?
Sola roterer en gang rundt sin egen akse på ca. 30 døgn.
Hva er den minste mulige rotasjonsperioden for Sola?

c) Hva er den minste mulige rotasjonsperioden for den hvite dvergstjernen Sirius B, som har samme masse som Sola og en radius på 5200 km?
Svaret på dette spørsmålet viser at i hvert fall noen pulsarer ikke kan være roterende hvite dverger. Hvorfor?

d) Den 28. august i år er Mars nærmere Jorda enn noen gang i løpet av mange år før eller siden, avstanden er da 56 millioner kilometer. Vi tenker oss nå at et romskip ble skutt opp fra Jorda et halvt år tidligere (28. februar). Vi tenker oss at romskipet følger en ellipsebane (uten å bruke rakettmotorene underveis) som tangerer både jordbanen og marsbanen, slik at perihel (minste solavstand) for banen til romskipet er en astronomisk enhet, 150 millioner km, og aphel (største solavstand) er 206 millioner km.
Hvor lang tid bruker dette romskipet fra jordbanen ut til marsbanen?
Hvis romskipet ble skutt opp 28. februar, ville det komme for sent til å møte Mars. Når måtte det skytes opp for å møte Mars? Anta for enkelhets skyld at både Jorda og Mars går i sirkelbaner rundt Sola, i samme plan.
Idet romskipet møter Mars, har det da større eller mindre hastighet (omløpshastighet om Sola) enn Mars?

Oppgave 4:

La λ_0 være bølgelengden til en gitt spektrallinje når lyskilden ligger i ro i det laboratoriet der en måler bølgelengden. Hvis den samme spektrallinjen fra en stjerne, eller en annen astronomisk lyskilde, observeres med bølgelengden λ, defineres rødforskyvingen som

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1 \; .$$

a) Hvorfor kalles størrelsen z for rødforskyving?
Negativ rødforskyving kan også kalles blåforskyving. Hvorfor?

Rødforskyvingen kan skyldes Doppler-effekten: hvis lyskilden beveger seg bort fra oss med hastighet v, er

$$z = \frac{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}} - 1 \approx \frac{v}{c} \; .$$

Her er c lyshastigheten i vakuum.
Rødforskyvingen kan også skyldes gravitasjonsfeltet: hvis gravitasjonpotensialet er lik ϕ_0 der lyskilden befinner seg, og lik ϕ_1 der observatøren befinner seg, så er

$$z = \frac{\sqrt{1+\frac{2\phi_1}{c^2}}}{\sqrt{1+\frac{2\phi_0}{c^2}}} - 1 \approx \frac{\phi_1 - \phi_0}{c^2} \; .$$

Gravitasjonspotensialet fra en masse M i avstanden r er

$$\phi = -\frac{GM}{r} \; ,$$

når massefordelingen er kulesymmetrisk, og avstanden r måles fra sentrum.

b) Beregn gravitasjonspotensialet på jordoverflaten.
Det kan hende at du må ta hensyn til både gravitasjonsfeltet fra Jorda og gravitasjonsfeltet fra Sola.
Hvilket av de to bidragene til gravitasjonspotensialet er størst, fra Jorda eller fra Sola? (Det vil si: størst i absoluttverdi.)

c) Beregn gravitasjonsrødforskyvingen til spektrallinjene i lyset fra den hvite dvergstjernen Sirius B, som har masse lik solmassen og radius 5200 km.
Er det nødvendig å ta hensyn til at gravitasjonspotensialet på jordoverflaten er forskjellig fra null?

d) Når en skal måle gravitasjonsrødforskyvingen til lyset fra Sirius B, må en korrigere for at Jorda går i bane om Sola. Jorda beveger seg i retning rett mot Sirius i september, og i retning rett fra Sirius i mars.
Hvor mye bidrar Doppler-effekten til rødforskyvingen, i september og i mars?
Anta for enkelhets skyld at Sirius ikke beveger seg i forhold til Sola.

e) I punktene b), c) og d) ovenfor kan du bruke de tilnærmete formlene

$$z = \frac{v}{c}$$

for Doppler-effekten, og

$$z = \frac{\phi_1 - \phi_0}{c^2}$$

for gravitasjonsrødforskyvingen. Begrunn denne påstanden.

f) Hubbles lov sier at $v = H_0 d$, der v er hastigheten som en galakse beveger seg bort fra oss med, d er avstanden til galaksen, og H_0 er en konstant.
Anta at $H_0 = 70$ km/s pr. megaparsec (1 parsec er 3,26 lysår). Anta dessuten at galaksene beveger seg bort fra hverandre med konstant hastighet, uten at de bremses vesentlig av gravitasjonskreftene mellom dem, og uten at ekspansjonen av universet akselereres på grunn av at den kosmologiske konstanten ikke er lik null.
Hvor lenge siden er det i så fall at universet var halvparten så stort som nå (halvparten målt i lineær utstrekning, ikke i volum)?
Sammenlign med alderen til solsystemet.

g) Den kosmologiske rødforskyvingen tolkes gjerne som en Doppler-effekt. Men den kan også tolkes på en tredje måte: hvis bølgelengden har økt med en faktor $\lambda/\lambda_0 = 1 + z$, så skyldes det at universet har ekspandert med den samme faktoren $1 + z$.
Den kosmiske bakgrunnstrålingen har nå en temperatur på 2,73 K.
Hvilken temperatur hadde den da universet var halvparten så stort som nå?
(Bruk f.eks. Wiens lov, at bølgelengden der intensiteten av stråling fra et svart legeme er maksimal, er omvendt proporsjonal med temperaturen.)

Noen nyttige konstanter

Newtons gravitasjonskonstant:	$G = 6,673 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Lyshastigheten i vakuum:	$c = 299\,792\,458\,\mathrm{m/s}$
Permeabiliteten i vakuum:	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$
Permittiviteten i vakuum:	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8,854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$
Den reduserte Plancks konstant:	$\hbar = h/(2\pi) = 1,055 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Elementærladningen:	$e = 1,602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Finstrukturkonstanten:	$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137,036$
Elektronmassen:	$m_\mathrm{e} = 9,109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} = 0,511\,\mathrm{MeV}/c^2$
Protonmassen:	$m_\mathrm{p} = 1,6726 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 938,28\,\mathrm{MeV}/c^2$
Nøytronmassen:	$m_\mathrm{n} = 1,6749 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 939,57\,\mathrm{MeV}/c^2$
Jordmassen:	$M_\oplus = 6,0 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Jordradien:	$R_\oplus = 6,4 \times 10^{3}\,\mathrm{km}$
Solmassen:	$M_\odot = 2,0 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Solradien:	$R_\odot = 7,0 \times 10^{5}\,\mathrm{km}$
Avstanden til Sola (en astronomisk enhet):	$1\,\mathrm{AU} = 1,50 \times 10^{8}\,\mathrm{km}$