NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Jan Myrheim
Telefon: 93653

Eksamen i fag FY2450 og MNFFY250 Astrofysikk
Fredag 4. juni 2004
Tid: 09.00–15.00

Sensurfrist: Fredag 25. juni 2004

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, matematiske tabeller.

En tabell over fysiske konstanter finnes sist i dette oppgavesettet.
Alle deloppgaver teller likt ved sensuren.

Oppgave 1:

a) Skisser kort, med hjelp av et Hertzsprung–Russell-diagram (HR-diagram), utviklingen av Sola fra den ble dannet av en gass-sky og til den ender som en hvit dverg.

b) Når, hvor og hvordan er de ulike grunnstoffene som er tyngre enn hydrogen, blitt dannet? Svar ganske kort.
Hvorfor kan disse prosessene bare foregå ved høy temperatur (noen millioner K)?
Hvorfor er noen grunnstoffer, slik som karbon og oksygen, mye vanligere enn andre, slik som gull og sølv? Hva er spesielt med jern i denne sammenhengen?

c) I vår egen galakse, og i mange andre, ser vi tydelige forskjeller mellom de eldste stjernene (populasjon II) og de som er yngre (populasjon I). Nevn minst to viktige forskjeller. Hvilken populasjon tilhører Sola?

d) Hva skiller de åpne stjernehopene ("open clusters") og de kuleformete stjernehopene ("globular clusters") fra hverandre?
Harlow Shapley brukte de kuleformete stjernehopene til å lokalisere sentrum av Melkeveien, og til å måle avstanden dit. Hvordan?

e) Shapley observerte bl.a. en spesiell type variable stjerner, oppkalt etter en stjerne som heter RR Lyrae (fordi den var den tiende variable stjernen observert i stjernebildet Lyren, de første ni kalles med bokstavene R til Z). RR Lyrae-stjerner kan brukes til å måle avstander på samme måten som en litt annen type variable stjerner, som heter Kefeider (Cepheids), oppkalt etter stjernen δ Cephei.
Hvilken egenskap ved disse stjernene (både RR Lyrae-stjerner og Kefeider) er metoden basert på?

f) Skisser kort "avstands-stigen", dvs. de ulike metodene for å måle avstander, som kan kalibreres mot hverandre og som gjør det mulig å måle avstander i universet, både til de nærmeste stjernene og til de fjerneste galaksene.

g) Dersom du observerer en pulsar, hvordan kan du vite at det er en pulsar du observerer? Nevn noen gode grunner til at de fleste astronomer mener at pulsarer er nøytronstjerner.

h) Den magnetiske flukstettheten B på overflaten av en nøytronstjerne kan være 10^8 tesla, eller helt opp i 10^{10} tesla for en såkalt magnetar.
Et elektron i et magnetfelt beveger seg i sirkel med en vinkelfrekvens $\omega = eB/m$ (som kalles synkrotronfrekvensen), der e er elementærladningen og m er elektronmassen. I kvantemekanikken betyr det at elektronet har en kvantisert energi som er et heltallig multiplum av $\hbar\omega$.
Regn ut den såkalte Landau-splittingen $\hbar\omega$ for et elektron i et felt på 10^{10} T, og sammenlign med hvileenergien mc^2.

i) Tirsdag 8. juni, om fire dager, skjer det en venuspassasje, da kan vi se Venus passere foran Sola i løpet av 6 timer (hvis været blir klart nok). Den forrige venuspassasjen skjedde i 1882.
Hvor mange timer kan en venuspassasje maksimalt vare?
Middelavstanden mellom Sola og Venus er 0,723 astronomiske enheter. Omløpsperioden om Sola er 224,70 dager for Venus og 365,256 dager for Jorda.

j) Neste venuspassasje inntreffer allerede 6. juni 2012, altså om 8 år.
Hvorfor akkurat 8 år?

k) Et merkelig fenomen er at Venus roterer om sin egen akse på en slik måte at den snur samme side mot Jorda hver gang de to planetene kommer nærmest hverandre. Hvis dette ikke er en ren tilfeldighet, må det skyldes tidevannskreftene som virker på Venus fra Jorda. Tidevannskraften fra en planet med masse M i en avstand r er proporsjonal med GM/r^3 (fordi den er proporsjonal med gradienten til gravitasjonsfeltet GM/r^2). I praksis betyr det at tidevannskraften på Venus fra Jorda er neglisjerbar når avstanden er størst, sammenlignet med når avstanden er minst.
Sammenlign tidevannskraften på Venus fra Jorda og fra Sola.
Tidevannskraften fra Sola er mye større enn tidevannskraften fra Jorda, men det som betyr noe i denne sammenhengen, er at tidevannskraften fra Sola varierer fordi avstanden til Venus varierer. Denne variasjonen kunne tenkes å føre til at Venus burde få bundet rotasjon i forhold til Sola, heller enn i forhold til Jorda.
Sammenlign tidevannskraften på Venus fra Jorda med variasjonen i tidevannskraften fra Sola. Eksentrisiten til Venus-banen er $e = 0{,}0068$, dvs. at avstanden varierer mellom $(1-e)a$ og $(1+e)a$, der a er middelavstanden (store halvakse i ellipsebanen).
Kommenter resultatet av sammenligningen.

Oppgave 2:

Virialteoremet gjelder for et fysisk system (f.eks. en stjerne, et planetsystem, en gass-sky eller en galaksehop) som holdes sammen av gravitasjon, og som er i en stasjonær tilstand, i den forstand at det hverken utvider seg eller trekker seg sammen over lang tid. Teoremet sier at

$$2E_K + V = 0 ,$$

der E_K er den totale kinetiske energien, og V den totale gravitasjonelle potensielle energien. Den totale mekaniske energien til systemet er

$$E = E_K + V .$$

Disse to ligningene tilsammen betyr at $E_K = -E$ og $V = 2E$.

a) Av det kan vi slutte at $E < 0$. Hvorfor?

Vi tenker oss en gass-sky som består av N partikler, med en total masse $M = N\overline{m}$, der $\overline{m}$ er den gjennomsnittlige massen pr. partikkel. Den totale kinetiske energien til skyen er

$$E_K = \frac{3}{2} N k_B T ,$$

der k_B er Boltzmanns konstant og T er den gjennomsnittlige temperaturen.
Vi kan anta at gass-skyen er kuleformet med radius R. Den potensielle energien er da

$$V = -a \frac{GM^2}{R} ,$$

der G er Newtons gravitasjonskonstant, og a er en numerisk faktor omtrent lik 1, f.eks. er $a = 3/5$ dersom gass-skyen har konstant massetetthet.

b) Over et kort tidsintervall (noen få år) kan vi se bort fra energitap på grunn av stråling, og da kan vi anta at den totale energien $E = E_K + V$ er konstant.
Som sagt må $2E_K + V = 0$ i en stasjonær tilstand. Vil en slik stasjonær tilstand være stabil så lenge den totale energien E er konstant?
For å undersøke stabiliteten kan vi for eksempel anta at $2E_K + V > 0$. Denne tilstanden kan ikke være stasjonær, og siden $E_K + E = 2E_K + V > 0$, er den kinetiske energien E_K større i denne tilstanden enn i en stasjonær tilstand med gitt energi E. Det må bety at gass-skyen vil utvide seg. Hva skjer med størrelsene E_K, V og $2E_K + V$ når skyen utvider seg med E konstant?

c) Over et lengre tidsintervall (noen hundre tusen år) vil den totale energien E bli mindre, fordi energi stråles ut. Samtidig som E blir mindre, vil gass-skyen hele tiden være i en tilnærmet stasjonær tilstand med $2E_K + V = 0$.
Hva skjer da med den kinetiske energien E_K, med den potensielle energien V, med den gjennomsnittlige temperaturen T, og med radien R?

d) Det antas at galaksene oppsto da universet ble gjennomsiktig for elektromagnetisk stråling, ca. 300 000 år etter begynnelsen, ved at temperaturen sank tilstrekkelig til at det kunne dannes nøytrale atomer. Temperaturen var da ca. 3000 K, og tettheten var 10^{-18} kg/m^3.
Hvor stor masse skulle en typisk galakse ha, dersom virialteoremet gjaldt for en gass-sky som besto av 75 % nøytralt hydrogen og 25 % nøytralt helium (regnet i prosent av massen), og som trakk seg sammen til en galakse? Sammenlign med solmassen.

e) Anta at Sola oppsto av en slik kuleformet gass-sky som opprinnelig hadde konstant tetthet og temperatur 10 K. Hvilken radius og hvilken massetetthet måtte skyen ha opprinnelig, dersom virialteoremet var oppfylt helt fra starten av?

Noen nyttige konstanter

Newtons gravitasjonskonstant:	$G = 6{,}673 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Lyshastigheten i vakuum:	$c = 299\,792\,458\,\mathrm{m/s}$
Permeabiliteten i vakuum:	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$
Permittiviteten i vakuum:	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8{,}854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$
Den reduserte Plancks konstant:	$\hbar = h/(2\pi) = 1{,}055 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Elementærladningen:	$e = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Finstrukturkonstanten:	$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137{,}036$
Boltzmanns konstant:	$k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
Elektronmassen:	$m_\mathrm{e} = 9{,}109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} = 0,511\,\mathrm{MeV}/c^2$
Protonmassen:	$m_\mathrm{p} = 1{,}6726 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 938,28\,\mathrm{MeV}/c^2$
Nøytronmassen:	$m_\mathrm{n} = 1{,}6749 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 939,57\,\mathrm{MeV}/c^2$
Jordmassen:	$M_\oplus = 6{,}0 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Jordradien:	$R_\oplus = 6{,}4 \times 10^{3}\,\mathrm{km}$
Solmassen:	$M_\odot = 2{,}0 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Solradien:	$R_\odot = 7{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{km}$
Avstanden til Sola (en astronomisk enhet):	$1\,\mathrm{AU} = 1{,}50 \times 10^{8}\,\mathrm{km}$