NTNU **Institutt for fysikk**

Midtsemesterprøve i FY3403 PARTIKKELFYSIKK

Onsdag 22. oktober 2008
14:15–16:00

Tillatte hjelpemidler: Vanlig kalkulator

Husk å skrive studentnummeret ditt på hvert ark av dette oppgavesettet.

Dette oppgavesettet er på 5 sider.

Oppgave 1.

Hvilke bevaringslover og symmetrier gjelder for hvilke vekselvirkninger?
Enten eksakt (E), tilnærmet (T) eller ikke i det hele tatt (I). Med «eksakt» menes her at det aldri er observert brudd på bevaringsloven eller symmetrien. Kryss av i tabellen:

Vekselvirkning:	sterk			elektromagnetisk			svak		
	E	T	I	E	T	I	E	T	I
Energi	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Impuls	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Dreieimpuls	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Paritet (P)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Elektrisk ladning	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Baryontall	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Leptontall	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Fotontall	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
u-tall (antall u-kvarker)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
ud-tall (antall u- og d-kvarker)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
W-tall (antall W-bosoner)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Særtall («strangeness»)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Fargeladning («colour»)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Isospinn, komponenter I_1, I_2, I_3	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Isospinn, komponent I_3	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
G-paritet	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Ladningskonjugasjon (C)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tidsreversjon (T)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
CP	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
CPT	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Oppgave 2.

Et π^+-meson (masse $m_\pi = 140\ \mathrm{MeV}/c^2$) med energi E_π kolliderer med et proton (masse $m_p = 938\ \mathrm{MeV}/c^2$) som ligger i ro. Finn et uttrykk for den totale massesenterenergien E_{CM}.

Hva er E_π dersom $E_{\mathrm{CM}} = 1232$ MeV ?
Hvorfor har spredningstverrsnittet et maksimum ved denne energien?

Oppgave 3.

En tilstand av to π-mesoner kan ha totalt isospinn enten 0, 1 eller 2. En tilstand $|I, I_3\rangle$ med totalt isospinn I og isospinnkomponent I_3 kan uttrykkes som en lineærkombinasjon av forskjellige ladningskombinasjoner for de to π-mesonene. Bruk den vedlagte tabellen over Clebsch–Gordan-koeffisienter, og skriv inn de koeffisientene som mangler i de følgende formlene:

$$
\begin{aligned}
|2,0\rangle &= \qquad |\pi^+\pi^-\rangle \qquad |\pi^-\pi^+\rangle \qquad |\pi^0\pi^0\rangle\ , \\
|1,0\rangle &= \qquad |\pi^+\pi^-\rangle \qquad |\pi^-\pi^+\rangle \qquad |\pi^0\pi^0\rangle\ , \\
|0,0\rangle &= \qquad |\pi^+\pi^-\rangle \qquad |\pi^-\pi^+\rangle \qquad |\pi^0\pi^0\rangle\ , \\
|2,1\rangle &= \qquad |\pi^+\pi^0\rangle \qquad |\pi^0\pi^+\rangle\ , \\
|1,1\rangle &= \qquad |\pi^+\pi^0\rangle \qquad |\pi^0\pi^+\rangle\ .
\end{aligned}
$$

Er isospinn-delen av bølgefunksjonen symmetrisk eller antisymmetrisk under ombytte av de to π-mesonene?

Den er symmetrisk for $I = \boxed{}$ og antisymmetrisk for $I = \boxed{}$

Tabellen nedenfor gir massen (i MeV/c^2) og kvantetallene $I^G(J^{PC})$ eller $I(J^P)$ for noen partikler (I = isospinn, J = spinn). Egenverdien ± 1 for C gjelder for den nøytrale partikkelen i en isospinnmultiplett. Bruk tabellen til å svare på de følgende oppgavene.

$\pi^{\pm}(140)$	$1^-(0^-)$	$\pi^0(135)$	$1^-(0^{-+})$	$\eta(548)$	$0^+(0^{-+})$
$\rho(770)$	$1^+(1^{--})$	$K^{\pm}(494)$	$\frac{1}{2}(0^-)$	$K^0(498)$	$\frac{1}{2}(0^-)$

Oppgave 4.

Vektormesonet $\rho(770)$ desintegrerer nesten 100 % til 2 π-mesoner.
Hvorfor ikke til 3 π-mesoner?

$\rho^0(770)$ desintegrerer nesten 100 % til $\pi^+\pi^-$, og aldri til $\pi^0\pi^0$.
Dette er en test på at isospinnet er bevart. Hvorfor?

Oppgave 5.

Partikkelen $\eta(548)$ er stabil under sterke vekselvirkninger, fordi den ikke kan desintegrere til to, tre eller flere π-mesoner ved sterk vekselvirkning.
Hvorfor er $\eta \to 4\pi$ umulig?

Hvorfor er $\eta \to 3\pi$ umulig ved sterk vekselvirkning?

Hvorfor er $\eta \to 2\pi$ umulig ved sterk vekselvirkning?

De desintegrasjonsmodene som observeres er bl.a. 2γ (39 %), $3\pi^0$ (33 %) og $\pi^+\pi^-\pi^0$ (23 %).
De er alle mulige ved elektromagnetisk vekselvirkning.
Hvorfor observeres ikke $\eta \to 2\pi^0$ eller $\eta \to \pi^+\pi^-$?

Oppgave 6.

(Denne oppgaven teller med bare dersom den er korrekt besvart.)
K^+-mesonet og det kortlivete K^0-mesonet, K_S^0, kan begge desintegrere til to π-mesoner. Det skjer ved svak vekselvirkning, og hverken særtall eller isospinn er bevart.
Forandringen i totalt isospinn, ΔI, er enten 1/2 eller 3/2.

I prosessene $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$ og $K_S^0 \to \pi^0\pi^0$ må slutt-tilstanden ha isospinn enten 0 eller 2. Hvorfor er isospinn 1 umulig?

I prosessen $K^+ \to \pi^+\pi^0$ må slutt-tilstanden ha isospinn 2. Hvorfor?

Levetiden for K^+ er 1,2 10^{-8} s, mer enn 100 ganger levetiden for K_S^0, som er 0,9 10^{-10} s. Dette forholdet mellom levetidene kan tyde på at $\Delta I = 3/2$ er mye mindre sannsynlig enn $\Delta I = 1/2$, slik at slutt-tilstanden for $K_S^0 \to \pi\pi$ har totalt isospinn 0 (i hvert fall som en god tilnærming).

Hvilken forutsigelse gir det for forgreningsforholdet mellom $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$ og $K_S^0 \to \pi^0\pi^0$?

35. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, *e.g.*, for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

	J J ... / M M ...
m_1 m_2 / m_1 m_2 / ⋮ ⋮	Coefficients

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\Big(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\Big)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\sin^2\theta\, e^{2i\phi}$$

$$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$$

$$d^\ell_{m,0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}}\, Y_\ell^m\, e^{-im\phi}$$

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M\rangle = (-1)^{J-j_1-j_2}\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M\rangle$$

1/2×1/2

m_1 m_2	1 +1
+1/2 +1/2	1

m_1 m_2	1 0	0 0
+1/2 −1/2	1/2	1/2
−1/2 +1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	1 −1
−1/2 −1/2	1

1×1/2

m_1 m_2	3/2 +3/2
+1 +1/2	1

m_1 m_2	3/2 +1/2	1/2 +1/2
+1 −1/2	1/3	2/3
0 +1/2	2/3	−1/3

m_1 m_2	3/2 −1/2	1/2 −1/2
0 −1/2	2/3	1/3
−1 +1/2	1/3	−2/3

m_1 m_2	3/2 −3/2
−1 −1/2	1

2×1

m_1 m_2	3 +3
+2 +1	1

m_1 m_2	3 +2	2 +2
+2 0	1/3	2/3
+1 +1	2/3	−1/3

m_1 m_2	3 +1	2 +1	1 +1
+2 −1	1/15	1/3	3/5
+1 0	8/15	1/6	−3/10
0 +1	2/5	−1/2	1/10

m_1 m_2	3 0	2 0	1 0
+1 −1	1/5	1/2	3/10
0 0	3/5	0	−2/5
−1 +1	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3 −1	2 −1	1 −1
0 −1	2/5	1/2	1/10
−1 0	8/15	−1/6	−3/10
−2 +1	1/15	−1/3	3/5

m_1 m_2	3 −2	2 −2
−1 −1	2/3	1/3
−2 0	1/3	−2/3

m_1 m_2	3 −3
−2 −1	1

1×1

m_1 m_2	2 +2
+1 +1	1

m_1 m_2	2 +1	1 +1
+1 0	1/2	1/2
0 +1	1/2	−1/2

m_1 m_2	2 0	1 0	0 0
+1 −1	1/6	1/2	1/3
0 0	2/3	0	−1/3
−1 +1	1/6	−1/2	1/3

m_1 m_2	2 −1	1 −1
0 −1	1/2	1/2
−1 0	1/2	−1/2

m_1 m_2	2 −2
−1 −1	1

2×1/2

m_1 m_2	5/2 +5/2
+2 +1/2	1

m_1 m_2	5/2 +3/2	3/2 +3/2
+2 −1/2	1/5	4/5
+1 +1/2	4/5	−1/5

m_1 m_2	5/2 +1/2	3/2 +1/2
+1 −1/2	2/5	3/5
0 +1/2	3/5	−2/5

m_1 m_2	5/2 −1/2	3/2 −1/2
0 −1/2	3/5	2/5
−1 +1/2	2/5	−3/5

m_1 m_2	5/2 −3/2	3/2 −3/2
−1 −1/2	4/5	1/5
−2 +1/2	1/5	−4/5

m_1 m_2	5/2 −5/2
−2 −1/2	1

3/2×1/2

m_1 m_2	2 +2
+3/2 +1/2	1

m_1 m_2	2 +1	1 +1
+3/2 −1/2	1/4	3/4
+1/2 +1/2	3/4	−1/4

m_1 m_2	2 0	1 0
+1/2 −1/2	1/2	1/2
−1/2 +1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	2 −1	1 −1
−1/2 −1/2	3/4	1/4
−3/2 +1/2	1/4	−3/4

m_1 m_2	2 −2
−3/2 −1/2	1

3/2×1

m_1 m_2	5/2 +5/2
+3/2 +1	1

m_1 m_2	5/2 +3/2	3/2 +3/2
+3/2 0	2/5	3/5
+1/2 +1	3/5	−2/5

m_1 m_2	5/2 +1/2	3/2 +1/2	1/2 +1/2
+3/2 −1	1/10	2/5	1/2
+1/2 0	3/5	1/15	−1/3
−1/2 +1	3/10	−8/15	1/6

m_1 m_2	5/2 −1/2	3/2 −1/2	1/2 −1/2
+1/2 −1	3/10	8/15	1/6
−1/2 0	3/5	−1/15	−1/3
−3/2 +1	1/10	−2/5	1/2

m_1 m_2	5/2 −3/2	3/2 −3/2
−1/2 −1	3/5	2/5
−3/2 0	2/5	−3/5

m_1 m_2	5/2 −5/2
−3/2 −1	1

$$d^j_{m',m} = (-1)^{m-m'} d^j_{m,m'} = d^j_{-m,-m'}$$

$$d^1_{0,0} = \cos\theta \qquad d^{1/2}_{1/2,1/2} = \cos\frac{\theta}{2} \qquad d^{1/2}_{1/2,-1/2} = -\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^1_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2} \qquad d^1_{1,0} = -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \qquad d^1_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}$$

2×3/2

m_1 m_2	7/2 +7/2
+2 +3/2	1

m_1 m_2	7/2 +5/2	5/2 +5/2
+2 +1/2	3/7	4/7
+1 +3/2	4/7	−3/7

m_1 m_2	7/2 +3/2	5/2 +3/2	3/2 +3/2
+2 −1/2	1/7	16/35	2/5
+1 +1/2	4/7	1/35	−2/5
0 +3/2	2/7	−18/35	1/5

m_1 m_2	7/2 +1/2	5/2 +1/2	3/2 +1/2	1/2 +1/2
+2 −3/2	1/35	6/35	2/5	2/5
+1 −1/2	12/35	5/14	0	−3/10
0 +1/2	18/35	−3/35	−1/5	1/5
−1 +3/2	4/35	−27/70	2/5	−1/10

m_1 m_2	7/2 −1/2	5/2 −1/2	3/2 −1/2	1/2 −1/2
+1 −3/2	4/35	27/70	2/5	1/10
0 −1/2	18/35	3/35	−1/5	−1/5
−1 +1/2	12/35	−5/14	0	3/10
−2 +3/2	1/35	−6/35	2/5	−2/5

m_1 m_2	7/2 −3/2	5/2 −3/2	3/2 −3/2
0 −3/2	2/7	18/35	1/5
−1 −1/2	4/7	−1/35	−2/5
−2 +1/2	1/7	−16/35	2/5

m_1 m_2	7/2 −5/2	5/2 −5/2
−1 −3/2	4/7	3/7
−2 −1/2	3/7	−4/7

m_1 m_2	7/2 −7/2
−2 −3/2	1

3/2×3/2

m_1 m_2	3 +3
+3/2 +3/2	1

m_1 m_2	3 +2	2 +2
+3/2 +1/2	1/2	1/2
+1/2 +3/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	3 +1	2 +1	1 +1
+3/2 −1/2	1/5	1/2	3/10
+1/2 +1/2	3/5	0	−2/5
−1/2 +3/2	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3 0	2 0	1 0	0 0
+3/2 −3/2	1/20	1/4	9/20	1/4
+1/2 −1/2	9/20	1/4	−1/20	−1/4
−1/2 +1/2	9/20	−1/4	−1/20	1/4
−3/2 +3/2	1/20	−1/4	9/20	−1/4

m_1 m_2	3 −1	2 −1	1 −1
+1/2 −3/2	1/5	1/2	3/10
−1/2 −1/2	3/5	0	−2/5
−3/2 +1/2	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3 −2	2 −2
−1/2 −3/2	1/2	1/2
−3/2 −1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	3 −3
−3/2 −3/2	1

2×2

m_1 m_2	4 +4
+2 +2	1

m_1 m_2	4 +3	3 +3
+2 +1	1/2	1/2
+1 +2	1/2	−1/2

m_1 m_2	4 +2	3 +2	2 +2
+2 0	3/14	1/2	2/7
+1 +1	4/7	0	−3/7
0 +2	3/14	−1/2	2/7

m_1 m_2	4 +1	3 +1	2 +1	1 +1
+2 −1	1/14	3/10	3/7	1/5
+1 0	3/7	1/5	−1/14	−3/10
0 +1	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−1 +2	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1 m_2	4 0	3 0	2 0	1 0	0 0
+2 −2	1/70	1/10	2/7	2/5	1/5
+1 −1	8/35	2/5	1/14	−1/10	−1/5
0 0	18/35	0	−2/7	0	1/5
−1 +1	8/35	−2/5	1/14	1/10	−1/5
−2 +2	1/70	−1/10	2/7	−2/5	1/5

m_1 m_2	4 −1	3 −1	2 −1	1 −1
+1 −2	1/14	3/10	3/7	1/5
0 −1	3/7	1/5	−1/14	−3/10
−1 0	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−2 +1	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1 m_2	4 −2	3 −2	2 −2
0 −2	3/14	1/2	2/7
−1 −1	4/7	0	−3/7
−2 0	3/14	−1/2	2/7

m_1 m_2	4 −3	3 −3
−1 −2	1/2	1/2
−2 −1	1/2	−1/2

m_1 m_2	4 −4
−2 −2	1

$$d^{3/2}_{3/2,3/2} = \frac{1+\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{3/2}_{3/2,1/2} = -\sqrt{3}\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^{3/2}_{3/2,-1/2} = \sqrt{3}\frac{1-\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{3/2}_{3/2,-3/2} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^{3/2}_{1/2,1/2} = \frac{3\cos\theta-1}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{3/2}_{1/2,-1/2} = -\frac{3\cos\theta+1}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^2_{2,2} = \Big(\frac{1+\cos\theta}{2}\Big)^2$$

$$d^2_{2,1} = -\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\theta$$

$$d^2_{2,0} = \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta$$

$$d^2_{2,-1} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\theta$$

$$d^2_{2,-2} = \Big(\frac{1-\cos\theta}{2}\Big)^2$$

$$d^2_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2}(2\cos\theta-1)$$

$$d^2_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta$$

$$d^2_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}(2\cos\theta+1)$$

$$d^2_{0,0} = \Big(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\Big)$$

Figure 35.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974). The coefficients here have been calculated using computer programs written independently by Cohen and at LBNL.