Universitetet i Trondheim
Norges Tekniske Høgskole
Institutt for fysikk

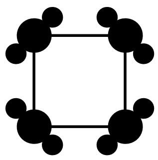
Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Kåre Olaussen
Telefon: 3652

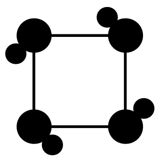
Eksamen i fag 74984 Anvendelse av symmetrigrupper i fysikken
Onsdag 18. desember 1991
Tid: 0900–1300

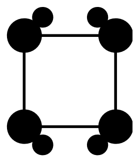
Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator tillatt.
Rottmann, *Mathematische Formelsammlung.*
Barnett and Cronin: *Mathematical Formulae.*
Øgrim, *Størrelser og enheter i fysikken.*

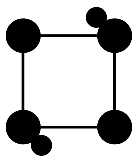
Oppgave 1:

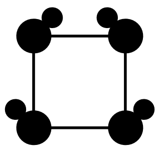
Se på følgende dekorerte kvadrater:


(A)


(B)


(C)


(D)


(E)

a) Bestem symmetrigruppen for hver av disse figurene (angi alle symmetrielementene).

b) Foreta i hvert tilfelle en oppdeling av symmetrigruppen i konjugasjonsklasser.

c) Finn i hvert tilfelle hvor mange (inekvivalente) irredusible representasjoner gruppen har, og av hvilke dimensjoner disse må være.

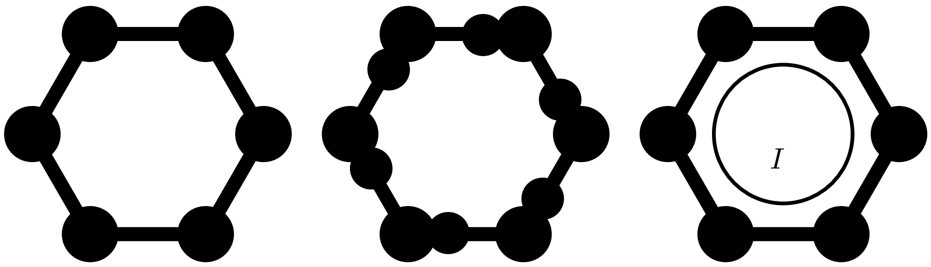
d) Konstruér karaktertabellene til symmetrigruppene for figur (A) og figur (B).

e) Angi for hver av disse gruppene hvilke av de øvrige den har som undergrupper, dersom den har noen. Hvilke av disse symmetrigruppene er abelske?

f) To grupper sies å være *isomorfe* dersom det er mulig å ordne elementene i hver gruppe slik at de får identiske multiplikasjontabeller. Hvilke av gruppene over er isomorfe?

Oppgave 2:

Et elektron, som vi skal betrakte som spinnløst, er opprinnelig (A) innfanget i et todimensionalt brønnpotenial med $\mathbf{C}_{6v}$-symmetri (vi ser bort fra transformasjoner utenfor planet), slik det er antydet i figur (A) under:



(A) (B) (C)

Karaktertabellen for de irredusible representasjonene til $\mathbf{C}_{6v}$ er som følger:

$\mathbf{C}_{6v}$	E	$2C_6$	$2C_3$	C_2	$3\sigma_y$	$3\sigma_x$
A_1	1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	1	-1	-1	1
E_1	2	1	-1	-2	0	0
E_2	2	-1	-1	2	0	0

a) Hvilke degenerasjoner kan man forvente i energinivåene for dette elektronet?

b) Vi bryter nå symmetrien ned til $\mathbf{C}_6$ ved enten (B) å forandre det statiske potensialet som antydet i figur (B) over, eller (C) ved å sende et rotasjonssymmetrisk magnetfelt gjennom sekskanten. Dette kan tenkes satt opp av en strømsløyfe som antydet i figur (C) over.

Skriv ned karakteren til E_1-representasjonen av $\mathbf{C}_{6v}$ evaluert på konjugasjonsklassene til gruppen $\mathbf{C}_6$.

c) Karaktertabellen for de irredusible representasjonene til $\mathbf{C}_6$ er (med $\omega = \mathrm{e}^{-2\pi i/3} = -\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$ og $\omega^2 = \mathrm{e}^{2\pi i/3} = -\frac{1}{2}(1-i\sqrt{3})$):

$\mathbf{C}_6$	E	C_6	C_3	C_2	C_3^2	C_6^5
Γ_1	1	1	1	1	1	1
Γ_2	1	-1	1	-1	1	-1
Γ_3	1	ω	ω^2	1	ω	ω^2
Γ_4	1	ω^2	ω	1	ω^2	ω
Γ_5	1	$-\omega$	ω^2	-1	ω	$-\omega^2$
Γ_6	1	$-\omega^2$	ω	-1	ω^2	$-\omega$

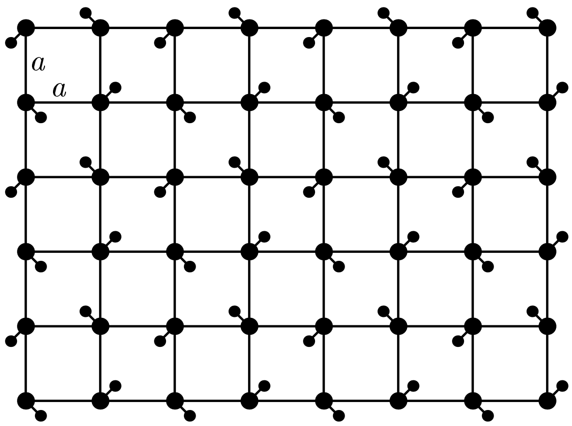
Som hvilke irredusible representasjoner av $\mathbf{C}_6$ vil E_1-representasjonen av $\mathbf{C}_{6v}$ transformere?

d) Hvordan vil en multiplett som i situasjon (A) transformerte som en E_1-representasjonen av $\mathbf{C}_{6v}$ oppføre seg når vi forandrer konfigurasjonen til situasjon (B)?

e) Hvordan vil en multiplett som i situasjon (A) transformerte som en E_1-representasjonen av $\mathbf{C}_{6v}$ oppføre seg når vi forandrer konfigurasjonen til situasjon (C)?

Oppgave 3:

Se på et uendelig todimensjonalt gitter med symmetri som vist på figuren under:



a) Skriv ned symmetrielementene i romgruppen for dette gitteret.

b) Hva blir punktgruppen for dette gitteret? Tips: Det er en av de gruppene du studerte i oppgave 1.

c) Hva blir $\vec{k}$-vektor gruppen for dette gitteret ved Γ-punktet ($\vec{k} = 0$)?

d) Kan noen av energibåndene til et elektron som beveger seg i dette gitteret forventes å være degenererte ved Γ-punktet?