NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Kåre Olaussen
Telefon: 9 3652

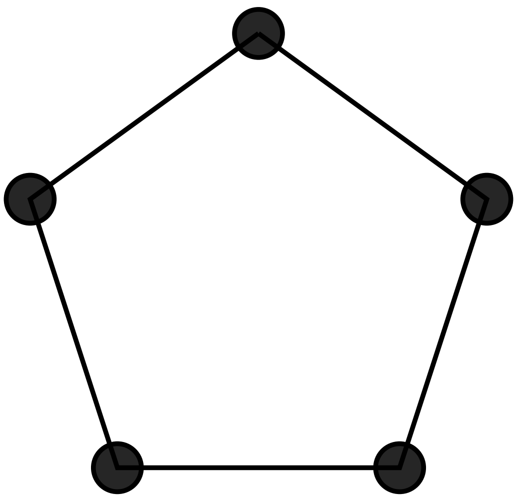
Eksamen i fag 74984 Anvendelse av symmetrigrupper i fysikken
Mandag 15. desember 1997
Tid: 0900–1500

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator tillatt.
Rottmann, *Mathematische Formelsammlung.*
Barnett and Cronin: *Mathematical Formulae.*
Øgrim, *Størrelser og enheter i fysikken.*

Dette eksamens-settet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg (karaktertabeller) på 4 sider.

Oppgave 1:

I denne oppgaven skal du se på symmetrigruppen for cyclopentan, $C_5\,H_{10}$. For vårt formål kan dette molekylet sees på som en geometrisk struktur bestående av fem like store kuler plassert i hjørnene av en likesidig femkant som ligger i xy-planet, som illustrert ved figuren under.



a) Finn de symmetritransformasjonene som avbilder denne strukturen på seg selv (i det 3-dimensjonale rom).
Tips: Det er ialt 20 elementer.

b) Hva er den konvensjonelle betegnelsen på denne gruppen av symmetritransformasjoner?

c) Hva er det mulige antall elementer i undergruppene til en hvilkensomhelst gruppe av orden 20? Nevn kort hvorfor (du trenger ikke gi detaljert bevis).

d) Hva vil det si at en gruppe er abelsk? Er den symmetrigruppen vi ser på her en abelsk eller en ikke-abelsk gruppe?

e) Hva menes med en ekte undergruppe til en gitt gruppe? Hva menes med en invariant undergruppe til gitt gruppe?

f) Finn de ekte undergruppene til den symmetrigruppen vi ser på her. Angi hvilke av disse som er invariante undergrupper.

g) Hva er det mulige antall elementer i konjugasjonsklassene til en hvilkensomhelst gruppe av orden 20? Nevn kort hvorfor (du trenger ikke gi detaljert bevis).

h) Inndel den symmetrigruppen vi ser på her i konjugasjonsklasser.

i) Hva menes det med en representasjon av en gruppe? Hva menes det med en irredusibel representasjon?

j) Hvor mange irredusible representasjoner har denne symmetrigruppen vi ser på her, og av hvilke dimensjoner?

k) Hva menes det med karakteren til en representasjon? Hvorfor må en gruppe der elementene g og g^{-1} alltid ligger i samme konjugasjonsklasse ha reelle karakterer?

l) Angi hvilke ortogonalitetsrelasjoner som gjelder for karakterene til irredusible representasjoner.

m) Konstruer (så langt du kan) karaktertabellen til den symmetrigruppen ser på her.
NB! Dette punktet gis 5-dobbel vekt i sensuren.

Oppgave 2:

I denne oppgaven skal du se på noen symmetri-aspekter ved de molekylære vibrasjonene til cyclopentan. Disse bevegelsene er definert ved små utslag $\vec{u}_i$, $i = 1, \ldots 5$ av hvileposisjonene til de 5 "atomene" i molekylet.

a) Settet $\{\vec{u}_i \,|\, i = 1, \ldots, 5\}$ utspenner et 15-dimensjonalt representasjonsrom for den symmetrigruppen vi ser på. Hva blir karakteren til denne representasjonen?

b) Tre spesielle (i denne sammenheng uinteressante) bevegelsesmønstre svarer til translasjoner av hele molekylet. Disse utgjør en 3-dimensjonal representasjon (som transformerer som en polar vektor) av symmetrigruppen. Hva blir karakteren til denne representasjonen?

c) Tre spesielle (i denne sammenheng uinteressante) bevegelsesmønstre svarer til rotasjoner av hele molekylet. Disse utgjør en 3-dimensjonal representasjon (som transformerer som en aksial vektor) av symmetrigruppen. Hva blir karakteren til denne representasjonen?

d) Vibrasjonene transformerer som en 9-dimensjonal representasjon av symmetrigruppen. Finn karakteren til denne, og dekomponer den på de irredusible karakterene til symmetrigruppen.

e) Hvilke av vibrasjonsmodene fra forrige punkt vil være aktive for infrarød absorpsjon?

f) Hvilke av disse vibrasjonsmodene vil være aktive for Raman spredning?