Innleveringsøving for MNFFY250, våren 2003

Innlevering til retting er ikke obligatorisk, men anbefales sterkt! Spør gjerne, og diskuter gjerne med andre.
Lever f.eks. på forelesning, på mitt kontor (Jan Myrheim, rom nr. E5-102) eller i min posthylle på postrommet til Institutt for fysikk.
Lever helst i løpet av neste uke (uke 13), av hensyn til rettingen. Innlevering i uke 14 vil også være mulig.

Det er lov å hoppe over de oppgavene som du ikke rekker, eller som du eventuelt finner uinteressante å svare på.
Legg vekt på å forklare tydelig hvordan du løser oppgavene, og vær nøye med bruk av enheter.
Tenk over nøyaktigheten av tallsvar, en god regel er å angi svaret slik at det siste sifferet er usikkert. Ved rettingen vil slike detaljer bli lagt vekt på.
Et godt generelt råd til eksamen (og ellers) er at nøyaktighet lønner seg.

Regn følgende oppgaver fra læreboka (Universe, av Freedman og Kaufmann):
– Kapittel 19, nr. 38, 40 og 49.
– Kapittel 21, nr. 25, 26 og 32.
– Kapittel 22, nr. 23, 24, 27 og 33. Kommentar til oppgave 33: avstanden til Betelgeuse er ikke 1400 lysår, men 427 lysår, se Appendix 5.
– Kapittel 23, nr. 26, 27, 29 og 30.

Noen oppgaver i tillegg:

1a) De nærmeste stjernene (bortsett fra Sola) er tre stjerner i stjernesystemet α Centauri, i en avstand av litt over 4 lysår. To av disse stjernene går i bane rundt hverandre med en periode på 79,9 år, og avstanden mellom dem er 24 AU (astronomiske enheter).
Hva er summen av massene til de to stjernene?
b) Sola befinner seg 26 000 lysår fra sentrum av Melkeveien, og går i en (tilnærmet sirkulær) bane rundt dette sentret med en hastighet av 220 km/s.
Bruk Keplers tredje lov til å beregne massen av den delen av Melkeveien som befinner seg nærmere sentrum enn oss.
Hva er forutsetningen for at Keplers tredje lov skal gjelde her? Er den forutsetningen oppfylt?

2) De to stjernene i α Centauri som er nevnt ovenfor, har en avstand på 4,39 lysår og tilsynelatende lysstyrker på henholdsvis $-0,01$ og 1,33 størrelsesklasser (magnituder).
Hva er avstanden i parsec, når en parsec er 3,26 lysår?
Hvor stor er da parallaksen, angitt i buesekunder og i radianer?
Hva er den absolutte størrelsesklassen (magnituden) for hver av dem?
Hvor mange ganger lyssterkere (eller lyssvakere) enn Sola er de?
Sola har en absolutt størrelsesklasse på 4,8.
Hvor stor kikkert trenger du for å skjelne de to stjernene fra hverandre?

3) Hva kjennetegner lyset fra HII emisjonståker (som f.eks. Orion-tåken), i motsetning til refleksjonståker (som f.eks. omgir Pleiadene)?

4) Ved hjelp av Doppler-effekten kan en måle radialhastigheten (dvs. hastighetskomponenten bort fra oss eller mot oss) til hver galakse i en galaksehop med N galakser. Vi antar at antallet N er stort. Hvis galakse nr. i har radiell hastighet $v_{r,i}$ (f.eks. regnet positiv i retning bort fra oss), så er middelverdien $\overline{v}_r$ og standardavviket σ_r definert ved at

$$\overline{v}_r = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_{r,i} \ , \qquad {\sigma_r}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(v_{r,i} - \overline{v}_r)^2 \ .$$

En typisk verdi for standardavviket er $\sigma_r = 750$ km/s.
Anta at en slik galaksehop er et stabilt system, som holdes sammen av gravitasjon. I så fall må virialteoremet gjelde, dvs. at

$$2\langle E_K\rangle + \langle V\rangle = 0 \ ,$$

der brakettene $\langle\rangle$ betegner tidsmidlet, mens E_K er den totale kinetiske energien til alle galaksene (regnet i forhold til massesenteret) og V er den totale gravitasjonsenergien.
Anta for enkelhets skyld at alle galaksene har samme masse m, og at massesenteret ligger i ro, slik at $\overline{v}_r = 0$, og

$$E_K = \sum_i \frac{1}{2}\, m{\boldsymbol{v}_i}^2 = \frac{1}{2}\, m \sum_i {\boldsymbol{v}_i}^2 \ .$$

I så fall er det rimelig å anta at

$$E_K = \frac{3}{2}\, M{\sigma_r}^2 \ ,$$

der $M = Nm$ er den totale massen av hele galaksehopen.
Utled denne formelen (må du gjøre noen antagelser for å få det til?)
Anta også, for enkelhets skyld, at

$$V = -\frac{aGM^2}{R} \ ,$$

der R er radien (anta kulesymmetri), G er Newtons gravitasjonskonstant, og a er en numerisk faktor. Vi setter $a = 1$, stadig for å forenkle.
Bruk disse antagelsene til å beregne den totale massen av galaksehopen, dersom $R = 5$ millioner lysår.

5) La oss prøve å bruke de ligningene som brukes til å beregne den indre strukturen av Sola, på atmosfæren til Jorda. Normalt atmosfæretrykk ved havnivå er (pr. definisjon) en atmosfære.
Hva er trykket på toppen av Galdhøpiggen (2469 meter over havet)?
På toppen av Mont Blanc (4807 moh)?
På toppen av Chomolungma (mer kjent som Mount Everest, 8848 moh)?
Anta at luft er en ideal gass, at temperaturen T er konstant, og at tyngdens akselerasjon g er konstant lik $9,8$ m/s^2.
Tilstandsligningen for en ideal gass er

$$P = \frac{\rho k_B T}{\overline{m}} \ ,$$

der P er trykket, ρ er massetettheten, $\overline{m}$ er den gjennomsnittlige massen av gasspartiklene, og k_B er Boltzmanns konstant.
Betingelsen for hydrostatisk likevekt er ligningen

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho g \ ,$$

der z er høyden (høyden over havet, eller avstanden fra sentrum av Jorda).
Løs oppgaven f.eks. ved å utlede en sammenheng mellom P og z av formen

$$P = P_0\,\mathrm{e}^{-\alpha(z-z_0)}\ ,$$

der α, P_0 og z_0 er konstanter.

6) Et trykk på en atmosfære er nesten nøyaktig 10^5 pascal $= 10^5$ N/m^2 (normalt atmosfæretrykk er definert som 101 325 pascal).
Hvor stor masse har luftlaget over 1 m^2 av jordoverflaten?
Hva er den totale massen til jordatmosfæren?
Hvor stor brøkdel er det av massen til Jorda?

7) Atmosfæretrykket på Mars er variabelt, typisk 0,6 % av atmosfæretrykket på Jorda.
Hvis dette er trykket på det laveste punktet på overflaten av Mars, hva er da trykket på det høyeste punktet (Olympus Mons), som er 31 km høyere?

8) Fønvind (ekstra varm vind) kan vi få i Trondheim f.eks. når det blåser kraftig fra sør. Hvis fuktig luft kommer sørfra og stiger oppover for å komme over Dovre, kan vanndampen falle ned som regn eller snø sør for Dovre, og varmen som frigjøres når vanndampen kondenseres, varmer opp lufta (eller gjør at den avkjøles mindre).
Hva blir temperaturforskjellen mellom et sted på Dovre som er 1100 meter over havet, og et sted i Trondheim 100 meter over havet, dersom sønnavinden er så sterk at lufta ikke får tid til å avkjøles underveis, dvs. at den adiabatiske tilstandsligningen

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{konstant}$$

gjelder? Anta at den adiabatiske indeksen γ er 5/3.
Anta stadig at luft er en ideal gass, og at hydrostatisk likevekt gjelder (tilnærmet), slik at du kan bruke de samme to ligningene som i oppgave 5), bare med den forskjellen at nå er ikke temperaturen konstant.
Som kjent er klimaet sterkt avhengig av høyden over havet, og en omtrentlig regel sier at gjennomsnittstemperaturen avtar med en grad for hver 120 meter over havet.
Sammenlign med svaret på denne regneoppgaven. Kommentar?